

数学参考書新刊のサンプルページ

問題 2.5 ○ †((2) までの抜粋)

- (1) n は整数とする。 $n, n+1$ は互いに素であることを示せ。
- (2) さらに $1+n+n^2$ と $1+n+n^2+n^3$ も互いに素であることを示せ。

(学習の手引き – 問題 2.5)

A, B を最大公約数 g で $A = ag, B = bg$ (a, b は互いに素) と表す(手法)のは、最大公約数・最小公倍数の問題では基本である。

また、 A, B が互いに素とは「最大公約数が 1」ということである。(1)~(3)では $A = ag, B = bg$ とすると $g = 1$ 、すなわち正の公約数は 1 のみをいう(手法)のが一つの方法。

(問題 2.5 の解答)

- (1) $n, n+1$ の最大公約数を g とする。適当な整数 a, b を用いて $n = ag, n+1 = bg$ と表せるが、差をとって $1 = (b-a)g$ である。すなわち g は 1 の約数であり $g = 1$ である。よって n と $n+1$ は互いに素である。
- (2) $A = 1+n+n^2, B = 1+n+n^2+n^3$ とし、2 数の最大公約数を g とする。適当な整数 a, b を用いて

$$A = 1+n+n^2 = ag, B = 1+n+n^2+n^3 = bg$$

と表せるが、 $B - nA = 1 = (b-na)g$ であり g は 1 の約数である。すなわち $g = 1$ であり、 A と B は互いに素である。

以上は 2009 年 7 月出版の拙著

大学入試「整数問題」の類型とその解法

からの抜粋です。扱っている他の内容については web サイト

「ky の書架」 <http://kynoshoka.com/> (\leftarrow browser 閲覧時は link)

で御覧下さい。